

物理パラメータ間の因果解析アルゴリズムの拡張

坂根 清和, 川岸 太郎, 生駒 憲治

(財) 新世代コンピュータ技術開発機構

1. はじめに

物理システムの属性を表す物理パラメータとそれらの間に存在する制約関係とで表現された物理モデルを用いて、故障診断や挙動推論などを行う場合、これらの物理パラメータ間の因果関係を解析することが必要である。[1], [2] では、対象物理システムが、恒常的に成立する平衡方程式と微分方程式により表現されると仮定して、パラメータ間の因果関係を解析している。

しかし、一般に物理法則は適用条件を持ち、適用条件が真である時のみ制約式として働く。また、物理システムに対する制約には、不等式で表現されるものがある。

本研究では、物理システムが等式・不等式などの多様な形式の制約式で表現され、かつそれらの制約式が適用条件を持つ場合の物理パラメータ間の因果関係を解析するアルゴリズムについて報告する。

2. 平衡方程式・微分方程式の因果解析アルゴリズム

[1], [2] に基づいたアルゴリズムを簡単に説明する。平衡方程式の集合 $Eqs = [E_1, \dots, E_n]$ と微分方程式の集合 $Difs = [D_1, \dots, D_m]$ からなる物理システムについて考える。各微分方程式 D_i は、全で一階の時間微分の標準形

$$dx_i/dt = f_i(x_1, \dots, x_n)$$

で表されるものと仮定する。

2.1. 静的システムの因果解析アルゴリズム

(s0) 各微分方程式 D_i に対して、 $\{x_i=0\}$ おいた平衡方程式を F_i とする。0 次 static-derived-structure を $S(0) = [E_1, \dots, E_n, F_1, \dots, F_m]$ とおく。 $S(0)$ に対して、静的な物理システムの因果解析を行う。 $\Rightarrow$ (s1) へ行く。

(s1) N 次 static-derived-structure $S(N)$ の部分集合から、minimal-complete-set $m(E_s, V_s)$ を探す。ここに、minimal-complete-set とは、

(等式 E_s の個数) = (変数 $(V_s - W_s)$ の個数) ... (1)
を満足する等式の集合 m のうち、それ自身の内部に (1) 式を満足する真部分集合 $m' \subset m$ を含まないものとする。ただし、 E_s に現れる全ての変数 V_s の内、 $S(0) \sim S(N-1)$ の minimal-complete-set に含まれる変数を W_s とする。

(s2) (s1) で求めた等式 E_s において、 W_s の変数値を代入すれば、方程式と変数の個数が等しいので、 $V_s - W_s$ は連立方程式 E_s の解として求まる。よって、 $W_s \leftarrow$

$V_s - W_s$ へ静的因果関係を付加する。

(s3) $S(N)$ から $U_m(E_s, V_s)$ に含まれる等式を除いて、 $S(N+1)$ とする。 $\Rightarrow$ (s1) にいく。

上記アルゴリズムでは、物理システムが定性的なモデルで表現されることを前提にしているため、各平衡方程式の形や係数値などを考慮せず、制約式に物理パラメータが現れるか否かの情報のみを用いている。

2.2. 動的システムの因果解析アルゴリズム

動的システム $D = Difs$ の各微分方程式 D_i に対して、以下の過程で動的な因果関係を求める。

(d1) D_i の右辺に現れる各変数から x_i の微分 $\dot{x}_i$ へ動的因果関係を付加する。

(d2) $\dot{x}_i$ から x_i への積分的因果関係を付加する。

3. 因果解析アルゴリズムの拡張

3.1. 不等式における因果関係

等式は既知の変数値を未決定の変数に伝播する。これに対して、不等式は、変数間の順序関係を定義する。別の見方をすれば、既知の変数値を用いて未決定の変数値の範囲を制限する。上記の等式と不等式の相違点を考慮して、定性的に制約関係を扱う場合の変数値決定に関する 2 種類の状態を導入する。

[Def. 1]

(a) 変数値が決定した変数: 因果解析の過程で minimal-complete-set に現れる変数は、連立方程式の解としてその値が決まる。(複数の解候補が残る場合がある。)
(b) 区間が決定した変数: 不等式に現れる変数の内、ある変数 x_i 自身を除く全ての変数の値が既知の時に、 x_i の取り得る値の区間の上限又は下限が決まる。

上記 2 種類の定義を用いて、不等式を含む制約関係の集合に対する因果解析を行う。最初に等式型の制約関係を用いて、(s1) ~ (s3) で定義した $V_i \rightarrow W_i$ の間の静的因果関係を求める。次に不等式型の制約関係の集合

$$Ineq = [I_1, \dots, I_q]$$

を用いて、

$$(\text{cond}([CE_1, \dots, CE_n, CI_1, \dots, CI_v]) \Rightarrow B_i) \quad \begin{array}{ll} \text{条件部} & \text{帰結部} \end{array}$$

CE_j : 適用条件式 (等式)

CI_j : 適用条件式 (不等式)

B_i : 帰結部制約式 (平衡方程式・不等式・微分方程式)

V_i : B_i に現れる変数の集合

CV_i : $CE_1 \sim CE_n$ に現れる変数の集合

CIV_i : $CI_1 \sim CI_v$ に現れる変数の集合

図 1 適用条件付き制約表現

(o1) 不等式 l_i に含まれる変数 IV_i の内、ある変数 x_i 自身を除く残り全ての変数が、Def. 1-(a)又は(b)の意味で決定しているならば、 $IV_i - x_i \rightarrow x_i$ への区間決定の因果関係を付加する。

3.2. 適用条件付き制約関係の因果関係

物理システムに作用する物理法則などの制約関係は、適用条件が満足される場合のみ、制約式がactiveとなり、物理システムの状態・挙動に対する制約として働く。各制約式は、図1のように条件部と帰結部からなる形式で表現されるものと仮定する。

Def. 1 の定義を考慮して、条件部の制約関係の真偽判定可能性を以下のように定義する。

[Def. 2] 真偽判定可能性

等式型の条件式は、それらの制約関係に現れる全ての物理パラメータ CV_i の変数値がDef. 1-(a)の意味で決定している場合に真偽判定可能である。不等式型の条件式は、それに現れる全ての物理パラメータ ClV_i がDef. 1-(a)又は(b)の意味で決定している場合に真偽判定可能である。

CV_i, ClV_i の全変数値が決まると、条件式は受動的に真偽の判定がなされる。言い換えれば、 CV_i, ClV_i はこの制約式に対する入力である。従って、次の因果関係を付加する。

(c1) 条件部の制約式に含まれる変数の集合 CV_i, ClV_i から、帰結部に含まれる変数 V_j の間に、成立条件の因果関係を付加する。

4. 拡張された因果解析アルゴリズム

以上で述べた3種類の静的な因果関係および2種類の動的因果関係を、以下の手順で解析する。対象の物理システムのモデルは、図2で定義する。

平衡方程式: $Eqs = [(C_1 = E_1), \dots, (C_n = E_n)]$

不等式: $Ineqs = [(C_1 > I_1), \dots, (C_q > I_q)]$

微分方程式: $Difs = [(C_1 = D_1), \dots, (C_r = D_r)]$

ただし、

条件部: $C_i = (cond([CE_1, \dots, CE_q, Cl_1, \dots, Cl_r]))$

図2 因果解析の対象モデル

[拡張因果解析アルゴリズム]

(静的システムの因果解析)

(t0) 各条件付き微分方程式 $(C_i = D_i)$ に対して、 $(C_i = \{x_i = 0\})$ なる平衡方程式 $(C_i = F_i)$ を作る。0次 derived- static-structureを
 $S(0) = [(C_1 = E_1), \dots, (C_n = E_n), (C_1 = F_1), \dots, (C_r = F_r)]$
 $O(0) = [(C_1 > I_1), \dots, (C_q > I_q)]$
 において、(t1)へ行く。

(t1) $S(N), O(N)$ のうち、Def. 2の意味で真偽判定可能な制約関係式を $S(N), O(N)$ から取り除き、真偽判定可能な制約式の集合 $A-S(N), A-O(N)$ に追加する。

(t2) 真偽判定可能な等式型の制約式の集合 $A-S(N)$ に対して、(s1)~(s2)の過程で変数値伝播の因果関係を V_j

$-W_j$ の間に付加する。

(t3) 真偽判定可能な不等式の集合 $A-S(N)$ に対して、(o1)の方法で $IV_i - x_i$ への区間決定の因果性を付加する。

(t4) (c1)の過程で $CV_j, ClV_k \rightarrow W_l, IV_i \rightarrow x_i$ の間に成立条件の因果関係を付加する。

(t5) (t2), (t3)の過程で用いた等式・不等式の制約式を $A-S(N), A-O(N)$ から取り除いて、 $A-S(N+1), A-O(N+1)$ として(t1)へ戻る。

(動的システムの因果解析)

動的システム $Difs = [(C_1 = D_1), \dots, (C_r = D_r)]$ の各条件付き微分方程式に対して、

(t6) Def. 2の意味で真偽判定可能な微分方程式を用いて、

(d1)~(d2)の過程で動的因果関係を求める。

5. インプリメントと実行結果

上記の拡張因果解析システムを、UNIX/SICStus- Prolog上に試作した。制約関係の集合と因果解析結果を図3に示す。

入力変数: a

制約式集合:

静的システム

$[c = d/a, c * e = 6, a > b,$
 $cond([a > b]) \Rightarrow (c + e = 5)]$

動的システム

$[du/dt = u - d]$

因果解析結果

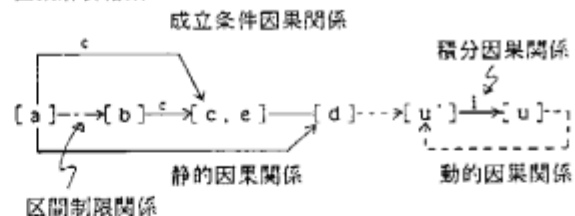


図3 因果解析例

6. まとめ

適用条件付きの等式・不等式の制約関係で表現された物理モデルにおいて、物理パラメータ間の因果関係を解析できる拡張された因果解析のアルゴリズムについて説明した。今後の研究課題としては、以下を予定している。

(1) 制約関係の不完全性の検出機能

物理モデルの制約関係の不足や冗長等の不完全性を指摘し、不足制約の候補を提示できるアルゴリズムの検討。

(2) 解析アルゴリズムの高速化

minimal-complete-setの探索アルゴリズムの高速化。グラフの強連結部分の検出アルゴリズムなどが有効と考える。

[参考文献]

- [1] Iwasaki, Y., Model Based Reasoning of Device Behavior with Causal Ordering, PhD thesis, Carnegie Mellon University, 1988.
- [2] Iwasaki, Y., Causal Ordering in a Mixed Structure, Proceedings of AAAI-88, pp. 313-318, 1988.